

4.1 Hintergrundfragen

1. Erläutern Sie die Grundidee der Faktorenanalyse anhand des allg. faktoranalytischen Modelles (inkl. seiner Annahmen).

Erklären Sie, wie einzelne Merkmale zusammengesetzt sind.

```
# Mittels Faktorenanalyse soll eine dritte Variable gefunden werden, die eine gemeinsame Korrelation zweier Variablen
# erklären kann, die sich aber gegenseitig nicht beeinflussen, sondern jeweils vom dritten Faktor beeinflusst
# werden. So kann es beispielsweise sein, dass Leute, die viel Fernseh schauen auch viel Zeitung lesen. Es besteht
# also eine positive Korrelation zwischen Fernseh schauen und Zeitung lesen. Aber das eine bewirkt wohl
# kaum das andere, sondern beides wird durch die Korrelation mit einem dritten Faktor ( z.B. "Interesse am
# Weltgeschehen") beeinflusst. Dieser dritte (evt. auch schwer messbare Faktor soll durch die expl. FA untersucht
# /geschätzt werden.
```

2. Skizzieren Sie eine Idee zur Berechnung der Faktorladungen anhand des Fundamentalsatzes der FA und der Spektralzerlegung der (um die spezifischen Varianzen reduzierten) Varianz-Kovarianz-Matrix.

3. Wofür interessieren wir uns in der FA? Erläutern Sie u.a. die Bedeutung der Faktorwerte der einzelnen Beobachtungen.

```
#Was ist der zugrundeliegende Faktor, der eine gemeinsame Korrelation zwischen zwei Merkmalen erklärt, die #sich nicht
#gegenseitig beeinflussen, sondern nur darum miteinander korrelieren, weil sie jeweils beide #mit einem gleichen Faktor
#korrelieren? Beispielsweise korrelieren Schuhgröße und Gewicht miteinander. #Aber das Gewicht wird wohl kaum die
#Schuhgröße beeinflussen und ebensowenig beeinflusst die Schuhgröße #das Körpergewicht. Aber die beiden Faktoren
#korrelieren beide mit der Körpergröße: Große Leute haben #größere Schuhgrößen und ein höheres Gewicht. Die
#Korrelation zwischen Schuhgröße und Körpergewicht #kommt über die jeweilige Korrelation mit dem 3. Faktor Körpergröße
#zustande. Diese dritte Größe soll #über die FA geschätzt werden.
```

4. Was unterscheidet die FA von der HKA? Wo sehen Sie Gemeinsamkeiten? Gehen Sie insbes. auf den Unterschied von Hauptkomponenten, Scores, Faktorladungen und Faktoren ein.

5. Was soll die Rotation der Ladungsmatrix erreichen? Erläutern Sie das Ziel und ein formales Kriterium dazu.

```
#Die Ladungsvektoren können im Raum gedreht werden, ansonsten sind sie eindeutig. Die Varimax - Rotation #dreht die
#Vektoren im Raum alle gleichstark und zwar so, dass die Unterschiede zwischen den Ladungen #also die Streuung der
#Ladungen möglichst gross wird. Dies führt immer noch zum gleichen Ergebnis #bezüglich der Faktoren und der Schätzungen
#und ebenso bezüglich der spezifischen Varianz. Die neuen #Ladungen sind #einfach besser interpretierbar, weil die
#unterschiedlichen Gewichtungen besser sichtbar #sind.
```

```
#-----
```

4.2 Branchen

Der Datensatz Branchen.csv enthält Daten über die Anzahl Beschäftigter in ausgewählten Branchen in den einzelnen Landkreisen Deutschlands, wobei die erste Spalte die Gesamtzahl der Arbeitnehmer in diesem Kreis darstellt. Erstellen Sie eine FA für die Daten der (relativen) Beschäftigungszahlen verschiedener Branchen in Deutschland. Verwenden Sie die maximal mögliche Anzahl Faktoren. Was können Sie über die Aussagekraft Ihres Faktorenmodesells schliessen?

```
> rm(list=ls())
> library("psych")
> b<-read.csv("Branchen.csv",dec=".",sep=";",header=TRUE)
> head(b)
Gesamt FOOD TEXTILE LEATHER WOOD PAPER CHEMICA PLASTIC NOMETAL METAL MACHINE ELECTR INSTRUM VEHICLE FINANCE SOFTWARE BUSSERV
1 45630 641 43 8 96 789 18 61 51 478 711 72 402 33 1124 54 2291
2 32768 1421 4 24 289 675 1278 132 133 274 526 54 631 11 980 13 2764
3 32296 791 45 18 244 1973 677 179 352 724 1225 390 461 127 1473 130 2734
4 76452 2236 333 1 182 1183 120 466 210 1021 3193 118 2303 1193 2721 464 5170
5 126431 5596 169 12 276 1929 882 847 359 1640 1834 275 5793 332 3343 951 11577
6 213667 3855 266 2 131 2460 1459 497 788 2987 7390 951 4204 6439 9705 2843 18738
> attach(b)
> b_rel<- (b[,2:16])/b[,1]*100 # (Anz. Beschäftigte der Branche)/(Anz. Beschäftigte gesamter Landkreis)=rel. Beschäftigungszahlen
> head(b_rel)
FOOD TEXTILE LEATHER WOOD PAPER CHEMICA PLASTIC NOMETAL METAL MACHINE ELECTR INSTRUM VEHICLE FINANCE SOFTWARE
1 1.404778 0.09423625 0.017532325 0.21038790 1.729126 0.03944773 0.1336840 0.1117686 1.0475564 1.558185 0.1577909 0.8809993 0.07232084 2.463292 0.11834320
2 4.336548 0.01220703 0.073242188 0.88195801 2.059937 3.90014648 0.4028320 0.4058838 0.8361816 1.605225 0.1647949 1.9256592 0.03356934 2.990723 0.03967285
3 2.449220 0.13933614 0.055734456 0.75551152 6.109116 2.09623483 0.5542482 1.0899183 2.2417637 3.793039 1.2075799 1.4274214 0.39323755 4.560936 0.40252663
4 2.924711 0.43556741 0.001308010 0.23805787 1.547376 0.15696123 0.6095328 0.2746822 1.3354785 4.176477 0.1543452 3.0123476 1.56045623 3.559096 0.60691676
5 4.426130 0.13366975 0.009491343 0.21830089 1.525733 0.69761372 0.6699306 0.2839493 1.2971502 1.450594 0.2175099 4.5819459 0.26259383 2.644130 0.75218894
6 1.804209 0.12449279 0.000936036 0.06131036 1.151324 0.68283825 0.2326049 0.3687982 1.3979697 3.458653 0.4455081 1.9675476 3.01356784 4.542115 1.33057515
> bz<-scale(b_rel,scale=FALSE) # Datenmatrix soll nur zentriert werden nicht skaliert.
> s<-cov(bz) # Kovarianz-Varianz-Matrix der zentrierten Werte.
> a<-eigen(s)$vectors # a sind Eigenvektoren der zentrierten Kovarianz-Varianz-Matrix
> lambda<-eigen(s)$values # lambda sind die Eigenwerte der zentr. Kov-Var-Matrix
> by<-bz%*%a #Werte aus skaliertem Datenmatrix multipliziert mit ( Eigenvektoren) ergibt die durch die expl. FA
# geschätzten Werte
> by[c(1:3),] # ersten Werte der (zentrierten) Hauptkomponenten
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,] [13,] [14,] [15,]
[1,] -1.841792 4.681266 -1.8338885 -0.2826903 2.2243546 1.8417218 1.115652 -1.6690153 0.1820852 -0.86911051 -0.8522536 -0.7904933 -0.02700489 -0.6966780 0.12932478
[2,] -2.281020 5.441017 1.2382832 0.5760496 0.9606276 0.9181045 -0.999435 0.5040238 -0.7850659 -0.02194811 0.2400097 -0.8518869 -0.48332577 -0.6881628 0.06723987
[3,] -2.083401 2.459357 0.2081645 1.2218387 1.7562878 0.8722741 1.092953 -0.6368317 0.2881486 3.4332566 0.5562473 -2.7274650 0.50581169 -1.0763097 0.05180296
> #Faktorenanalyse:
> loading<-diag(sqrt(lambda))%*%t(a) # Vgl Handl S. 244
> loading
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,]
[1,] -0.283210689 -0.127584171 -0.037394754 -0.12830992 -0.08980306 -0.276693143 -0.267234437 -2.224142e-01 -0.292717943 -0.505067278 0.087488184 -0.221352040
[2,] 0.254916825 -0.136409631 -0.036394634 -0.15905147 -0.10875437 0.781671120 -0.390012064 4.751311e-02 -2.903171673 -2.826997978 -0.660238554 -0.784031213
[3,] 0.562314845 -0.081385890 0.017862014 -0.13635658 -0.02865186 3.116319651 -0.384391283 -1.353057e-01 0.489972909 0.376201083 -0.096033772 -0.003774000
[4,] 0.344981920 0.140990116 0.087848309 0.07216841 0.12028488 0.169554878 0.217394842 1.105925e-01 -2.081438478 2.119349157 0.110210402 0.083879248
[5,] -0.795491675 -0.122646107 -0.032731270 -0.20582274 0.07262682 -0.318226085 -1.678529342 -6.857331e-01 -0.291032504 -0.029248213 0.705191767 1.007177733
[6,] 0.288473693 -0.023740439 -0.011615080 -0.14388186 -0.00121849 -0.253559589 -1.134938393 -6.296570e-01 0.236915608 0.493837925 -1.202304828 -1.241216723
[7,] -0.854613976 -0.034656502 0.042007927 -0.05914114 0.14134106 -0.092655601 0.411499138 -5.441348e-01 -0.062918103 0.034909420 0.923497566 -1.185361784
[8,] 1.276548657 0.160217731 0.015880157 0.10833864 0.04575007 0.206447875 -0.0453869294 -1.172295e-01 0.104102852 -0.079312891 1.070780648 -0.299563231
[9,] -0.364507879 -0.171767260 -0.004963938 0.02462761 -0.11361811 -0.087127510 -0.586279464 1.445779e+00 0.017228537 0.104449312 0.238160787 -0.439613976
[10,] 0.098783902 0.596640594 -0.028218622 0.19350605 0.92917054 0.039659682 -0.091359689 1.859661e-01 0.115713974 -0.101521973 -0.081749067 -0.035653770
[11,] 0.328423939 -0.847580400 -0.034323795 -0.09443719 -0.09839751 0.018399172 0.042943266 3.134484e-02 0.115164152 0.004165531 0.027625450 -0.035338846
[12,] 0.069741066 0.644457208 0.015415064 -0.27097313 -0.78047899 0.003139502 -0.017502662 6.542848e-02 0.063883647 -0.012518484 0.033636586 -0.044707311
[13,] 0.057478481 0.024460968 -0.014339732 -0.63775733 0.18991546 -0.010885565 0.053176367 5.985483e-02 0.008308236 0.010485399 0.012977787 0.003386133
[14,] 0.016714460 0.044381734 -0.044584336 0.23438233 -0.04846650 -0.008396242 -0.005033446 -0.065778e-05 0.009072965 -0.002747277 -0.008485535 -0.002319584
[15,] -0.003854925 0.005749987 -0.409429869 -0.00649558 -0.00667636 0.003579235 0.007267654 -3.240165e-03 -0.007149077 0.011268251 0.007526562 -0.004353272
[13,] [14,] [15,]
[1,] 5.857983361 -0.067733138 0.01663826
[2,] -0.382498612 0.122031862 0.08349540
[3,] 0.149782979 -0.031153474 0.11242293
[4,] 0.129150352 0.286129771 0.09197278
[5,] -0.149141988 0.300339193 0.24746295
[6,] -0.052978909 -0.101373007 -0.06834222
[7,] -0.103429508 0.236489886 0.08821225
[8,] 0.020674950 -0.333742361 -0.17776288
[9,] -0.009760610 -0.087676958 -0.04243118
[10,] 0.045610824 0.708576857 0.11406840
[11,] 0.009978092 0.756348281 0.27234013
[12,] 0.006078708 0.501872133 0.11482664
[13,] -0.005203640 -0.150150003 0.25107969
[14,] 0.001432386 -0.133863212 0.54205490
```

```

[15,] -0.002095962 0.000736258 -0.03518258
> uniqueness<-cov(bz)-loading%*%t(loading)
> u<-diag(uniqueness)
> u
FOOD TEXTILE LEATHER WOOD PAPER CHEMICA PLASTIC NOMETAL METAL MACHINE ELECTR INSTRUM
-31.12279822 -16.90085765 -10.46043586 -8.47877575 -4.26037321 5.49709159 1.68822296 0.06174812 10.38513551 11.29339052 2.96196261 3.54130779
VEHICLE FINANCE SOFTWARE
34.00027814 1.36953905 0.42456441
> lambda
[1] 35.0381151 18.5265266 10.6469490 9.2047455 5.8564592 5.1573793 3.5683192 3.3285378 2.8882716 1.8606636 1.5108218 1.3778461 0.5396303
0.3747445
[15] 0.1693401
> F<-by%*%solve(diag(sqrt(lambda))) #Geschätzte Faktoren F
> head(F) # alle 15 Faktoren, der ersten 6 Beobachtungen (Landkreisen)
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,] [13,] [14,]
[1,] -0.3111503 1.0875929 -0.56203110 -0.09317620 0.9191502 0.8109788 0.5906046 -0.9148156 0.107140974 -0.63714910 -0.6933655 -0.67343836 -0.03676159 -1.1380581
[2,] -0.3853530 1.2641048 0.37949616 0.18986897 0.3969516 0.4042756 -0.5290817 0.2762651 -0.461941642 -0.01609026 0.1952640 -0.72574089 -0.65794831 -1.1241481
[3,] -0.3519674 0.5713794 0.06379608 0.40272443 0.7257351 0.3840948 0.5785883 -0.3490582 0.169549861 2.51693700 0.4525445 -0.32358638 0.68855824 -1.7582053
[4,] -0.1365958 0.5461860 -0.50173310 0.59901289 0.9182548 0.4718411 -0.4044021 -0.7535085 -0.389907792 -0.22112687 0.1001000 0.02681006 0.08198865 -0.8424032
[5,] -0.3375976 0.9656137 -0.53570292 0.01270127 0.9585706 -0.1091140 -0.13240597 -0.1494185 -0.887172001 -0.49957471 0.1203719 -0.37468143 0.52479941 -0.3997970
[6,] 0.1319203 0.6805971 -0.27004555 0.42033356 1.0464997 0.5351959 0.2378557 -1.0502786 0.003865533 -0.05275999 0.7302310 0.56797985 0.01005569 -0.2182778
[15,]
[1,] 0.3142692
[2,] 0.1633981
[3,] 0.1258852
[4,] 0.3483441
[5,] 0.0641749
[6,] 0.2050369
> bz_est<-as.matrix(F[,1:10])%*%loading[1:10,] #Schätzung bz aufgrund der ersten drei Faktoren
> head(bz_est)
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,] [13,] [14,]
[1,] -1.6225086 -0.77363013 -0.05794578 -0.6237069 -0.58224543 -1.6073516 -1.954837 -1.1320207 -3.427474 -2.7837224 -1.3849961 -1.3207993 -2.6250855 0.32261222
[2,] 1.0559523 -0.05332264 -0.04091804 -0.2827964 -0.08717671 2.2264014 -1.690566 -0.8266905 -3.733890 -2.7327879 -1.3914664 -0.2452540 -2.6759545 0.11288087
[3,] -0.8713495 1.31703481 -0.05243468 0.1891934 2.45352997 0.4421486 -1.626886 -0.1588851 -2.261563 -0.5814853 -0.3246155 -0.8278780 -2.3013043 2.40774367
[4,] -0.4236542 -0.22727558 -0.02742464 -0.3246969 -0.14738631 -1.5020029 -1.505880 -1.0327700 -3.279091 -0.1607870 -1.4332044 0.8777151 -1.1488582 0.52422751
[5,] 1.0651410 -0.28208835 -0.10042099 -0.2745120 -0.54493226 -0.9474550 -1.472634 -1.0332992 -3.303831 -2.8920057 -1.3569471 -2.4394365 -2.4434077 -0.07862767
[6,] -1.7957267 -0.37814055 -0.04328792 -0.4883848 -0.01610963 -0.9848002 -1.892388 -0.9791133 -3.329829 -0.8703773 -1.1707671 -0.1039553 0.2931077 0.83190191
[15,]
[1,] 0.3234028
[2,] 0.1518481
[3,] 0.6324028
[4,] 0.3265985
[5,] 0.1513564
[6,] 0.4912151
#Rotation : Varimax-Rotation maximiert Summe der Varianzen/Unterschiede der Faktoren > wichtige Ladungen möglichst gross
> rotation<-varimax(t(loading[1:10,])) # Hier Maximierung wenn nur die ersten zehn Faktoren verwendet werden.
> rotation
$loadings
Loadings:
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,]
[1,] -0.142 0.345 0.129 1.885 0.282
[2,] 0.190 0.660
[3,] 0.103
[4,] -0.183 0.189 0.172 0.232
[5,] 0.960
[6,] -0.131 0.124 3.229 0.138 0.146 0.109 -0.343 -0.135
[7,] 0.310 -2.238 0.218 0.261 0.114
[8,] -0.201 0.159 1.818
[9,] -3.599 -0.133 0.265 -0.134 -0.239 -0.361
[10,] -0.859 -0.244 3.433 -0.565 0.483
[11,] -0.139 -0.101 0.283 -2.064 -0.257 -0.133 0.105
[12,] -0.203 -0.263 -2.175 -0.211
[13,] 5.804 -0.233 -0.499 0.220 -0.197 0.222 -0.319 -0.314 -0.451
[14,] 0.291 -0.502 0.729
[15,] 0.138 -0.304 0.109
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,]
SS loadings 33.770 14.011 10.599 12.327 5.195 4.472 5.324 4.335 3.523 2.519
Proportion Var 2.251 0.934 0.707 0.822 0.346 0.298 0.355 0.289 0.235 0.168
Cumulative Var 2.251 3.185 3.892 4.714 5.060 5.358 5.713 6.002 6.237 6.405
$rotmat
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,]
[1,] 0.974143413 0.052724942 -0.05788943 -0.139182854 0.055204806 -0.03573880 0.060823546 -0.06777424 -0.067465284 -0.091500764
[2,] -0.128688341 0.722464997 0.20734287 -0.572790987 0.060705151 0.14088138 0.243337810 0.01766149 0.003077506 -0.085648652
[3,] 0.055017630 -0.170920074 0.93689758 0.137386707 0.129840685 0.04107083 0.001045754 -0.21738953 -0.042776465 -0.058929353
[4,] 0.099432220 0.636332146 0.02171803 0.741316685 -0.005053429 0.02286881 -0.068964884 0.03355528 0.055746269 0.160107011
[5,] -0.096595911 0.118774994 -0.15100525 -0.069327716 0.672201026 -0.29434779 -0.400506012 -0.41409369 -0.278957829 0.004462271
[6,] -0.025942523 -0.145820497 -0.12825193 0.184157693 0.521810021 0.53732627 0.510299174 0.14720697 -0.290733765 -0.009709788
[7,] -0.078437818 0.005307524 -0.07130936 0.109425545 -0.226456571 -0.47634731 0.650042054 -0.44730441 -0.269209646 0.058952518
[8,] 0.14496217 -0.009000515 0.15593860 -0.008322548 0.266343585 -0.59193269 0.132933021 0.72302040 -0.089863683 0.074123925
[9,] -0.002019646 -0.049199108 -0.06696170 0.052630128 0.353171072 -0.13984475 0.264129051 -0.15659981 0.852702446 -0.156990733
[10,] 0.071717337 -0.056844428 0.04766679 -0.174870095 0.072745905 0.06676535 0.039110460 -0.07437993 0.143203083 0.959924454
> loading_rot<-t(rotation$rotmat)%*%loading[1:10,]
> loading_rot #rotierte Ladungen (vgl. Output von "rotation")
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,]
[1,] -0.142397534 -0.036506926 -0.023626431 -0.06112906 -0.013655542 -0.131113543 -0.06166113 -0.08505251 -0.05477502 0.08187085 0.075505868 -0.0851970158
[2,] 0.344612969 -0.039841690 0.024316622 -0.06941116 -0.039953705 0.124252165 -0.08538769 0.04293373 -3.59891665 -0.85868141 -0.138568491 -0.2034031787
[3,] -0.077840921 -0.005123619 0.018161687 -0.07351556 -0.003439161 0.322854464 -0.08700130 0.01523917 -0.13251207 -0.24403951 -0.100552745 -0.0788124529
[4,] 0.039565367 0.074865653 0.102896743 0.09158465 0.001387618 0.096600575 0.31022497 -0.01627483 0.26468961 3.43307176 0.283178368 0.0990341782
[5,] -0.047130386 -0.088173503 -0.039550591 -0.18321841 0.039940814 0.137805782 -2.23774280 -0.20089785 -0.13378982 0.07714287 -0.047392167 -0.0005881295
[6,] 0.129016986 -0.005905641 -0.028255191 -0.06498165 -0.049053368 0.146069065 -0.02343930 0.01394793 -0.23938676 -0.03340771 -2.063666647 -0.2631177793
[7,] 0.007979237 -0.037020848 0.017014617 -0.05258620 0.034328912 0.108758368 0.01528052 -0.0365680 -0.36072344 -0.56491675 -0.256647140 -2.1746752425
[8,] 1.885009327 0.189916313 0.008394478 0.18870284 -0.097345443 -0.243094671 0.21782242 0.15925511 0.03993950 -0.02329923 -0.132693402 -0.2106650657
[9,] 0.019900644 -0.005448971 -0.001958219 0.17216648 -0.012234606 -0.002513154 0.26059635 1.81792862 -0.07502703 0.06426664 0.001684165 0.0633266444
[10,] 0.282391462 0.659940177 -0.003136823 0.23186054 0.960308618 -0.135496264 0.11380287 -0.04421241 0.02209019 0.48289842 0.104619860 0.0603089344
[13,] [14,] [15,]
[1,] 5.8043504 -0.05381248 -0.002649300
[2,] 0.0762664 0.29073991 0.137539331
[3,] -0.2325440 -0.05536216 0.069340134
[4,] -0.4993170 0.00800306 -0.007304783
[5,] 0.2198660 0.02530498 0.076792897
[6,] -0.1972657 0.02647335 -0.014919728
[7,] 0.2218950 -0.05229078 -0.091916042
[8,] -0.3185738 -0.50247443 -0.303563725
[9,] -0.3143931 -0.03904693 -0.077329191
[10,] -0.4507991 0.72886561 0.109376827
> F_rot<-as.matrix(F[,1:10])%*%rotation$rotmat
> head(F_rot) # rotierte Faktoren (der ersten 6 i's (Beobachtungen bzw. Landkreisen))
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,]
[1,] -0.6988564 0.8393441 -0.75019423 -0.45102190 0.6314599 0.56297049 -0.9976250 -0.5256668 -0.71167858
[2,] -0.5020467 0.9554534 0.64326699 -0.51230446 0.6106457 0.4641974 -0.11105355 0.3770738 -0.4826253 -0.02076474
[3,] -0.3234001 0.5245939 0.06144325 -0.31555780 0.7287504 0.1730148 0.46819212 -0.9359205 0.1117214 2.44118319
[4,] -0.2669794 0.9309759 -0.60817866 0.08468756 0.5580035 0.7365928 -0.51890144 -0.44488576 -0.5151424 -0.14003920
[5,] -0.5042014 0.9756148 -0.30616713 -0.75941933 0.4673405 0.5937633 -1.35867727 0.4017443 -0.6454329 -0.44207012
[6,] -0.0851432 0.8720709 -0.52057694 -0.06349424 0.6580683 0.5735594 0.01230591 -1.1419708 -0.3932611 -0.10275899
> bz_est_rot<-as.matrix(F_rot)%*%loading_rot)
> head(bz_est_rot) # Rechnung auf Grund zweier Faktoren liefert gleiches Ergebnis, ob diese Faktoren nun rotiert oder nicht.
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,] [13,] [14,]
[1,] -1.6225086 -0.77363013 -0.05794578 -0.6237069 -0.58224543 -1.6073516 -1.954837 -1.1320207 -3.427474 -2.7837224 -1.3849961 -1.3207993 -2.6250855 0.32261222
[2,] 1.0559523 -0.05332264 -0.04091804 -0.2827964 -0.08717671 2.2264014 -1.690566 -0.8266905 -3.733890 -2.7327879 -1.3914664 -0.2452540 -2.6759545 0.11288087
[3,] -0.8713495 1.31703481 -0.05243468 0.1891934 2.45352997 0.4421486 -1.626886 -0.1588851 -2.261563 -0.5814853 -0.3246155 -0.8278780 -2.3013043 2.40774367
[4,] -0.4236542 -0.22727558 -0.02742464 -0.3246969 -0.14738631 -1.5020029 -1.505880 -1.0327700 -3.279091 -0.1607870 -1.4332044 0.8777151 -1.1488582 0.52422751
[5,] 1.0651410 -0.28208835 -0.10042099 -0.2745120 -0.54493226 -0.9474550 -1.472634 -1.0332992 -3.303831 -2.8920057 -1.3569471 -2.4394365 -2.4434077 -0.07862767
[6,] -1.7957267 -0.37814055 -0.04328792 -0.4883848 -0.01610963 -0.9848002 -1.892388 -0.9791133 -3.329829 -0.8703773 -1.1707671 -0.1039553 0.2931077 0.83190191
[15,]
[1,] 0.3234028
[2,] 0.1518481

```

```
[3,] 0.6324028
[4,] 0.3265985
[5,] 0.1513564
[6,] 0.4912151
> head(bz_est) # Rotation deswegen, weil Ladungen nur besser interpretierbar, veranschaulicher.
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,] [9,] [10,] [11,] [12,] [13,] [14,]
[1,] -1.6225086 -0.77363013 -0.05794578 -0.6237069 -0.58224543 -1.6073516 -1.954837 -1.1320207 -3.427474 -2.7837224 -1.3849961 -1.3207993 -2.6250855 0.32261222
[2,] 1.0559523 -0.05332264 -0.04091804 -0.2827964 -0.08717671 2.2264014 -1.690566 -0.8266905 -3.733890 -2.7327879 -1.3914664 -0.2452540 -2.6759545 0.11288087
[3,] -0.8713495 1.31703481 -0.05243468 0.1891934 2.45352997 0.4421486 -1.652686 -0.1588851 -2.261563 -0.5814853 -0.3246155 -0.8278780 -2.3013043 2.40774367
[4,] -0.4236542 -0.22727558 -0.02742464 -0.3246969 -0.14738631 -1.5020029 -1.505880 -1.0327700 -3.279091 -0.1607870 -1.4332044 0.8777151 -1.1488582 0.52422751
[5,] 1.0651410 -0.28208835 -0.10042099 -0.2745120 -0.54493226 -0.9474550 -1.472634 -1.0332992 -3.303831 -2.8920057 -1.3569471 2.4394365 -2.4434077 -0.07862767
[6,] -1.7957267 -0.37814055 -0.04328792 -0.4883848 -0.01610963 -0.9848002 -1.892388 -0.9791133 -3.329829 -0.8703773 -1.1707671 -0.1039553 0.2931077 0.83190191
[1,]
[1,] 0.3234028
[2,] 0.1518481
[3,] 0.6324028
[4,] 0.3265985
[5,] 0.1513564
[6,] 0.4912151
```

4.3 Steuern

Verwenden Sie die Steuerdaten aus der Vorlesung zum Thema Mehrdimensionale Skalierung (Datei Steuern.csv) und führen Sie darauf eine Faktorenanalyse durch. Stellen Sie die Ergebnisse (insbes. die Faktorladungen) grafisch dar. Versuchen Sie, die Faktoren zu interpretieren.

```
> rm(list=ls())
> X<-read.csv("Steuern.csv",sep=";",dec=".",header=TRUE)
> xs<-X[,c(2:9)]
> fa<-factanal(xs,factors=2,method="principal",covlist=NULL,rotation="varimax")
# Faktorenanalyse nach HKA (wenn nach MLH anstatt principal mle) bereits mit rotierten Werten (falls ohne Rotation:
# rotation=NULL", factors=2 -> zwei Faktoren werden berücksichtigt
> fa
Call:
factanal(x = xs, factors = 2, rotation = "varimax", method = "principal", covlist = NULL)
Uniquenesses:
Einkommen Vermoegen Ertrag Kapital Grund Vermoegensgewinn Vermoegensverkehr Erbschaft
0.042 0.014 0.087 0.289 0.286 0.098 0.005 0.056
Loadings:
Factor1 Factor2
Einkommen 0.894 0.399
Vermoegen 0.952 0.284
Ertrag 0.933 0.205
Kapital 0.721 0.438
Grund 0.200 0.821
Vermoegensgewinn 0.949
Vermoegensverkehr 0.239 0.968
Erbschaft 0.872 0.428
Factor1 Factor2
SS loadings 4.852 2.272
Proportion Var 0.607 0.284
Cumulative Var 0.607 0.890
Test of the hypothesis that 2 factors are sufficient.
The chi square statistic is 57.85 on 13 degrees of freedom.
The p-value is 1.27e-07
> fa$loadings # Liefert Kommunalitäten
Loadings:
Factor1 Factor2
Einkommen 0.894 0.399
Vermoegen 0.952 0.284
Ertrag 0.933 0.205
Kapital 0.721 0.438
Grund 0.200 0.821
Vermoegensgewinn 0.949
Vermoegensverkehr 0.239 0.968
Erbschaft 0.872 0.428
Factor1 Factor2
SS loadings 4.852 2.272
Proportion Var 0.607 0.284
Cumulative Var 0.607 0.890
> fa$uniquenesses # Liefert Spezifischen Teil der Varianzen
Einkommen Vermoegen Ertrag Kapital Grund Vermoegensgewinn Vermoegensverkehr Erbschaft
0.04209211 0.01421654 0.08712884 0.28857144 0.28570794 0.09781688 0.00500000 0.05576747
> diag(fa$uniqueness)
[1,] [2,] [3,] [4,] [5,] [6,] [7,] [8,]
[1,] 0.04209211 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[2,] 0.00000000 0.01421654 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[3,] 0.00000000 0.00000000 0.08712884 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[4,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.2885714 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[5,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.2857079 0.00000000 0.00000000 0.00000000
[6,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.09781688 0.00000000 0.00000000
[7,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.005000000
[8,] 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.00000000 0.05576747

> fa_norot<-factanal(xs,factors=2,method="principal", covlist=NULL,rotation="none")
> fa_norot
Call:
factanal(x = xs, factors = 2, rotation = "none", method = "principal", covlist = NULL)
Uniquenesses:
Einkommen Vermoegen Ertrag Kapital Grund Vermoegensgewinn Vermoegensverkehr Erbschaft
0.042 0.014 0.087 0.289 0.286 0.098 0.005 0.056
Loadings:
Factor1 Factor2
Einkommen 0.822 0.531
Vermoegen 0.757 0.643
Ertrag 0.681 0.670
Kapital 0.761 0.365
Grund 0.797 -0.281
Vermoegensgewinn 0.559 0.768
Vermoegensverkehr 0.942 -0.328
Erbschaft 0.835 0.497
Factor1 Factor2
SS loadings 4.823 2.301
Proportion Var 0.603 0.288
Cumulative Var 0.603 0.890
Test of the hypothesis that 2 factors are sufficient.
The chi square statistic is 57.85 on 13 degrees of freedom.
```

The p-value is 1.27e-07

Notizen:

```
#Ein gemeinsamer Faktor kann die Korrelation unter den Variablen erklären. -> Abweichungen vom Mittelwert
#lässt sich durch  $l(m)F(i)$  erklären. Skalierung darum, damit HK gut interpretierbar.
#Varianz der Residuen möglichst klein, Varianz der Ladungen möglichst gross
install.packages('psych')
library(psych)
pfa<-principal(xs,nfactor=2, rotate='varimax',scores=TRUE)
print(pfa)
#Konkretes Modell:  $X(\text{internet},i)=0.94 \cdot \text{RCA}(i)+0.24 \cdot \text{RC2}(i)+\text{Epsilon}$  [X und RC1 und RC2 sind standardisierte Werte]
#h2=kommunalitäten:  $0.94^2+0.24^2=0.93$  ; u2=unerklärter Teil der Varianz der Variable (Uniqueness, Spezifische Varianz)
#erster Faktor (RC1 wird vorallem von Internet,Breitband und Nutzung getrieben, RC2 wird durch Verfügbarkeit getrieben
```